

Proračun kriterijumskih funkcija za sisteme spojenih tankova*

Sanja Antić[†], Tatijana Dlabač, Alenka Milovanović

Sažetak: Održavanje optimalnog nivoa tečnosti u tankovima je ključno u različitim praktičnim primenama kako bi se izbegle komplikacije koje proizilaze iz prekomernog ili nedovoljnog punjenja. Proporcionalni integralni diferencijalni (PID) regulator se ističe kao popularan izbor za postizanje precizne kontrole u takvim scenarijima. U radu su određeni parametri PID regulatora primenom klasične Ziegler-Nichols (ZN) metode uz njene varijacije kao što su PID Pessen integralno pravilo i PID sa preskokom, kao i primenom metode Auto-podešavanja. Validacija efikasnosti ovih metoda selekcije sprovedena je poređenjem performansi prelaznog odziva kao i izračunavanjem kriterijumskih funkcija poput: Integralne greške (IE), Integralne apsolutne greške (IAE), Integralne kvadratne greške (ISE), Integralne apsolutne greške pomnožene vremenom (ITAE), i Integralne kvadratne greške pomnožene vremenom (ITSE). Koristeći Simulink, programski paket u okviru MATLAB-a, predstavljen je pristup za izračunavanje ovih kriterijumskih funkcija. Metoda je testirana u sistemu sa jednim, dva i tri tanka sa rezultatima koji pokazuju i stacionarne vrednosti i dinamičke promene kriterijumskih funkcija tokom simulacije. Dobijeni nalazi ukazuju da PID regulator pokazuje efikasnost u aplikacijama kontrole nivoa tečnosti, o čemu svedoče dobijene kriterijumske funkcije kao i parametri prelaznog procesa.

Ključne reči: Integralna greška, Integralna apsolutna greška, Integralna kvadratna greška, Integralna apsolutna greška pomnožena vremenom, Integralna kvadratna greška pomnožena vremenom, PID regulator.

1. Uvod

U velikom broju različitih industrijskih grana jedan od primarnih zadataka je kontrola nivoa tečnosti. Analize obično počinju postavljanjem

* An earlier version of this paper was presented at the 3rd Kotor International Maritime Conference – KIMC 2023, Kotor, Montenegro.

[†] Corresponding author

odgovarajućih jednačina vezanih za jedan tank (rezervoar), nakon čega sledi sistem sa spojenim tankovima [1]–[8]. U sisteme sa spojenim tankovima, tečnosti se uglavnom pumpaju iz prvog tanka u drugi itd. U zavisnosti od broja ulaza i izlaza sistema postoje različiti tipovi sistema sa spojenim tankovima [9], [10], [11].

Cilindrični tankovi su najčešći korišćeni u industrijskim procesima, a u širokoj upotrebi su i konusni i sferni tankovi [2], [11]–[13]. U zavisnosti od vrste broda postoji više vrsta tankova za različite namene, kao što su tankovi goriva, tankovi slatke vode, balastni tankovi, tankovi otpadnih i kaljužnih voda, tankovi za prevoz tečnog tereta itd [14], [15].

Za nesmetanu kontrolu procesa neophodno je održavati nivoe tečnosti na propisanim vrednostima. Do neželjenih posledica, kao što je poremećaj ravnoteže, se može doći ako je nivo tečnosti iznad ili ispod potrebne vrednosti. Pored toga, sistem praćenja nivoa tanka je značajan za obračun troškova rada bilo kog plovila (za gorivo, vodu, itd.), a takođe i u pogledu ispunjavanja ekoloških standarda i propisa (sakupljanje i ispuštanje mulja, balasta, sive vode, itd.).

Zbog svoje jednostavne strukture, robusnosti i jednostavnosti, za kontrolu nivoa tečnosti u tanku se često koriste PID regulatori, kao što je opisano u [1], [3], [4], [7]–[10], [16]. Postoje različiti pristupi u primeni PID regulatora za kontrolu nivoa tečnosti, kao što su tradicionalni pristup, koji uključuje implementaciju konvencionalnih metoda kao što su Ziegler-Nichols-ova (ZN) i Takahashi tuning metoda (TT) [1], [4], pristupi na bazi fazi logike i neuronskih mreža [2], [6], [16], [17], kao i optimizacione metode i prediktivna upravljanja [2], [9], [18].

Kako bi se što objektivnije ocenio kvalitet prelaznog procesa sistema sa PID regulatorom i kako bi se podesio PID regulator, uvode se integralni kriterijumi tj. kriterijumske funkcije, koje bi trebalo minimizirati za najoptimalnije rezultate. Najčešće korišćene kriterijumske funkcije su: Integralna greška (eng. Integral Error (IE)), Integralna apsolutna greška (eng. Integral of Absolute Error (IAE)), Integralna kvadratna greška (eng. Integral of Square Error (ISE)), Integralna apsolutna greška pomnožena vremenom (eng. Integral of Time Absolute Error (ITAE)), i Integralna kvadratna greška pomnožena vremenom (eng. Integral Time Square Error (ITSE)). Od svih kriterijumskih funkcija ITAE se smatra najefikasnijom [19]. U ovom radu se naglašava da ITAE kriterijumska funkcija rezultuje manjem preskoku i oscilacijama odziva od IAE ili ISE kriterijumske funkcije. Takođe je ova kriterijumska funkcija najsenzitivnija od ove tri i ima najbolju selektivnost. ITSE kriterijumska funkcija je nešto manje osetljiva i nije pogodna za proračun. U [20] se ističe da se za zadatak maksimalnu osetljivost na merni šum M_n i željenu vrednost maksimuma osetljivosti M_s , optimalne

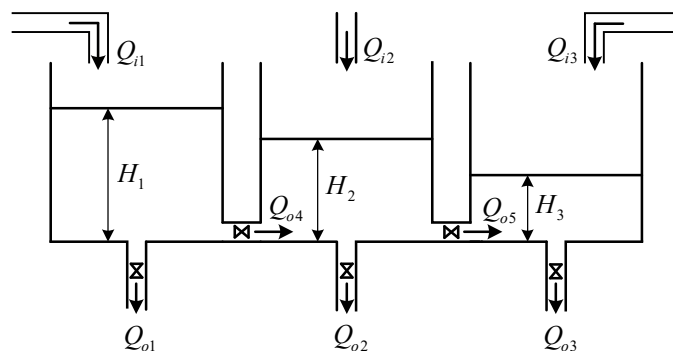
vrednosti parametara regulatora, dobijaju minimizacijom kriterijumskih funkcija.

Cilj ovog rada je da se pokaže kako se primenom Simulinka programskog paketa MATLAB mogu proceniti kriterijumske funkcije PID regulatora. PID kontroler je projektovan Ziegler Nichelsovom metodom i njenim varijantama kao i primenom metode Auto-podešavanja.

Rad je organizovan na sledeći način: prvo se izvode nelinearni matematički modeli za sisteme sa jednim, dva i tri tanka, a zatim se koristi metodologija za linearizaciju sistema zasnovana na razvoju u Tejlorov red, opisuju se pristupi dizajnu PID regulatora i definišu kriterijumske funkcije. Nakon toga sledi predstavljanje rezultata. Za primere jednog, dva i tri tanka biće prikazani ostvareni vremenski odzivi, parametri prelaznog procesa kao i kriterijumske funkcije.

2. Opis sistema i modelovanje

Većina industrijskih sistema je nelinearne prirode. Sistemi tankova koji se koriste na brodovima su takođe primeri nelinearnih sistema. Da bi se izvršila sinteza regulatora za takve sisteme, neophodno je formirati odgovarajuće matematičke modele, pa potom primeniti adekvatnu linearizaciju. U radu su razmatrana tri primera sistema i to sa jednim, dva [1] i tri horizontalno postavljena tanka (slika 1), i pri tome je korišćen pristup linearizacije primenom razvoja u Tejlorov red. Postupak formiranja modela i linearizacije istog, biće prikazan na primeru sistema tri tanka.



Slika 1 – Sistem tri tanka.

2.1. Matematički model sistema

Koristeći Bernulijev zakon i teoriju ravnoteže mase (zakon održanja mase ([Brzina akumulacije] = [Brzina dotoka] – [Brzina odliva])), za sistem na slici 1, mogu se formirati sledeće relacije:

$$\begin{aligned}
S_1 \frac{dH_1}{dt} &= Q_{i1} - Q_{o1} - Q_{o4}, \\
S_2 \frac{dH_2}{dt} &= Q_{i2} - Q_{o2} + Q_{o4} - Q_{o5}, \\
S_3 \frac{dH_3}{dt} &= Q_{i3} - Q_{o3} + Q_{o5}.
\end{aligned} \tag{1}$$

Relacija (1) se može napisati i u obliku (2):

$$\begin{aligned}
S_1 \frac{dH_1}{dt} &= Q_{i1} - \alpha_1 \sqrt{H_1} - \alpha_4 \sqrt{H_1 - H_2}, \\
S_2 \frac{dH_2}{dt} &= Q_{i2} - \alpha_2 \sqrt{H_2} + \alpha_4 \sqrt{H_1 - H_2} - \alpha_5 \sqrt{H_2 - H_3}, \\
S_3 \frac{dH_3}{dt} &= Q_{i3} - \alpha_3 \sqrt{H_3} + \alpha_5 \sqrt{H_2 - H_3},
\end{aligned} \tag{2}$$

gde je

$$\alpha_i = a_i \sqrt{2g}, \quad i = 1, 2, 3, 4, 5. \tag{3}$$

2.2. Linearizacija modela

Linearizacija nelinearnog modela sistema sa tri tanka opisanog realcijom (2) vrši se primenom razvoja u Taylor-ov red, koji je na primeru dva tanka detaljno opisan u [1]. Tako se, za slučaj tri tanka dobija:

$$\begin{aligned}
S_1 \frac{dH_1}{dt} &= (Q_{i1} - Q_{i1s}) - \frac{\alpha_1}{2\sqrt{H_{1s}}} (H_1 - H_{1s}) - \\
&\quad - \frac{\alpha_4}{2\sqrt{H_{1s} - H_{2s}}} [(H_1 - H_2) - (H_{1s} - H_{2s})],
\end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned}
S_2 \frac{dH_2}{dt} &= (Q_{i2} - Q_{i2s}) - \frac{\alpha_2}{2\sqrt{H_{2s}}} (H_2 - H_{2s}) + \\
&\quad + \frac{\alpha_4}{2\sqrt{H_{1s} - H_{2s}}} [(H_1 - H_2) - (H_{1s} - H_{2s})] - \\
&\quad - \frac{\alpha_5}{2\sqrt{H_{2s} - H_{3s}}} [(H_2 - H_3) - (H_{2s} - H_{3s})],
\end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned}
S_3 \frac{dH_3}{dt} &= (Q_{i3} - Q_{i3s}) - \frac{\alpha_3}{2\sqrt{H_{3s}}} (H_3 - H_{3s}) + \\
&\quad + \frac{\alpha_5}{2\sqrt{H_{2s} - H_{3s}}} [(H_2 - H_3) - (H_{2s} - H_{3s})],
\end{aligned} \tag{6}$$

odnosno:

$$\begin{aligned}
 S_1 \frac{dh_1}{dt} &= q_{i1} - \frac{\alpha_1}{2\sqrt{H_{1s}}} h_1 - \frac{\alpha_4}{2\sqrt{H_{1s} - H_{2s}}} (h_1 - h_2), \\
 S_2 \frac{dh_2}{dt} &= q_{i2} - \frac{\alpha_2}{2\sqrt{H_{2s}}} h_2 + \frac{\alpha_4}{2\sqrt{H_{1s} - H_{2s}}} (h_1 - h_2) - \\
 &\quad - \frac{\alpha_5}{2\sqrt{H_{2s} - H_{3s}}} (h_2 - h_3), \\
 S_3 \frac{dh_3}{dt} &= q_{i3} + \frac{\alpha_5}{2\sqrt{H_{2s} - H_{3s}}} (h_2 - h_3) - \frac{\alpha_3}{2\sqrt{H_{3s}}} h_3,
 \end{aligned} \tag{7}$$

gde je:

$$\begin{aligned}
 q_{i1} &= Q_{i1} - Q_{i1s}, \quad q_{i2} = Q_{i2} - Q_{i2s}, \\
 h_1 &= H_1 - H_{1s}, \quad h_2 = H_2 - H_{2s}, \\
 h_1 - h_2 &= (H_1 - H_2) - (H_{1s} - H_{2s}).
 \end{aligned} \tag{8}$$

Uvođenjem smena za vremenske konstante i pojačanja:

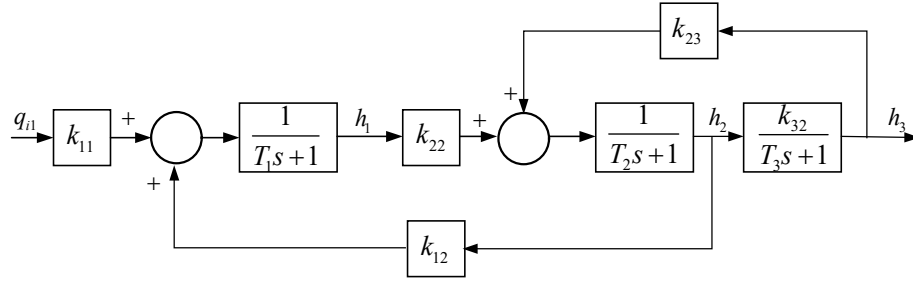
$$\begin{aligned}
 T_1 &= \frac{S_1}{B_1}, \quad B_1 = \frac{\alpha_1}{2\sqrt{H_{1s}}} + \frac{\alpha_4}{2\sqrt{H_{1s} - H_{2s}}}, \\
 T_2 &= \frac{S_2}{B_2}, \quad B_2 = \frac{\alpha_2}{2\sqrt{H_{2s}}} + \frac{\alpha_4}{2\sqrt{H_{1s} - H_{2s}}} + \frac{\alpha_5}{2\sqrt{H_{2s} - H_{3s}}}, \\
 T_3 &= \frac{S_3}{B_3}, \quad B_3 = \frac{\alpha_3}{2\sqrt{H_{3s}}} + \frac{\alpha_5}{2\sqrt{H_{2s} - H_{3s}}}
 \end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}
 k_{11} &= B_1^{-1}, \quad k_{12} = \frac{\alpha_4}{2\sqrt{H_{1s} - H_{2s}}} B_3^{-1}, \quad k_{21} = B_2^{-1}, \quad k_{22} = \frac{\alpha_4}{2\sqrt{H_{1s} - H_{2s}}} B_2^{-1}, \\
 k_{23} &= \frac{\alpha_5}{2\sqrt{H_{2s} - H_{3s}}} B_2^{-1}, \quad k_{31} = B_3^{-1}, \quad k_{32} = \frac{\alpha_5}{2\sqrt{H_{2s} - H_{3s}}} B_3^{-1}.
 \end{aligned} \tag{10}$$

relacija (7) u Laplace-ovom domenu postaje:

$$\begin{aligned}
 h_1(T_1 s + 1) &= q_{i1} k_{11} + k_{12} h_2, \\
 h_2(T_2 s + 1) &= q_{i2} k_{21} + k_{22} h_1 + k_{23} h_3, \\
 h_3(T_3 s + 1) &= q_{i3} k_{31} + k_{32} h_2
 \end{aligned} \tag{11}$$

što predstavlja linearizovan MIMO model sistema sa tri tanka. Usvajanjem $q_{i2} = q_{i3} = 0$, dobija se SISO model, čiji je blok dijagram predstavljen na slici 2.



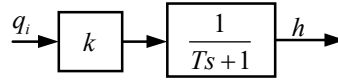
Slika 2 – Blok dijagram linearizovanog modela sistema sa tri tanka.

Analognim postupkom linearizacije zasnovanim na Teylor-ovom redu dobijaju se modeli i blok dijagrami sistema jednog i dva tanka, respektivno.

Tako je model sistema od jednog tanka moguće predstaviti u obliku:

$$h(Ts + 1) = q_i k, \quad T = \frac{S}{B}, \quad B = \frac{\alpha}{2\sqrt{H_s}}, \quad k = \frac{1}{B}, \quad (12)$$

a njegov blok dijagram modelom na slici 3.



Slika 3 – Blok dijagram linearizovanog modela sa jednim tankom.

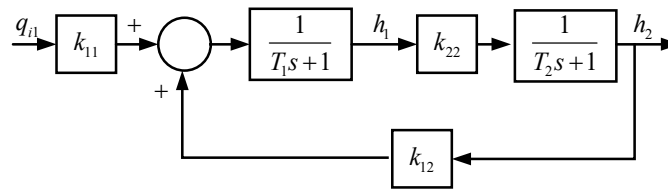
MIMO model sistema drugog reda, nakon linearizacije postaje

$$\begin{aligned} h_1(T_1s + 1) &= q_{i1}k_{11} + k_{12}h_2, \\ h_2(T_2s + 1) &= q_{i2}k_{21} + k_{22}h_1, \end{aligned} \quad (13)$$

gde su vremenske konstante i pojačanja date relacijom (14):

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{S_1}{B_1}, \quad B_1 = \frac{\alpha_1}{2\sqrt{H_{1s}}} + \frac{\alpha_3}{2\sqrt{H_{1s} - H_{2s}}}, \\ T_2 &= \frac{S_2}{B_2}, \quad B_2 = \frac{\alpha_2}{2\sqrt{H_{2s}}} + \frac{\alpha_3}{2\sqrt{H_{1s} - H_{2s}}}, \\ k_{11} &= \frac{1}{B_1}, \quad k_{12} = \frac{1}{B_2}, \quad k_{21} = \frac{\frac{\alpha_3}{2\sqrt{H_{1s} - H_{2s}}}}{B_1}, \quad k_{22} = \frac{\frac{\alpha_3}{2\sqrt{H_{1s} - H_{2s}}}}{B_2}. \end{aligned} \quad (14)$$

Usvajanjem $q_{i2} = 0$, dobija se SISO model, čiji je blok dijagram prikazan na slici 4.



Slika 4 – Blok dijagram linearizovanog modela jednog tanka.

2.3. Projektovanje regulatora

Uopštena forma PID regulatora data je sa:

$$G(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s. \quad (15)$$

Za sintezu PID regulatora, primenjena je Ziegler-Nichols-a metoda, čiji je izbor parametra predstavljen Tabelom 1. Ova metoda predpostavlja da su parametri K_{pkr} i T_{kr} prethodno određeni u eksperimentu sa zatvorenom povratnom spregom.

Tabela 1 - Izbor parametra PID kontroelra Ziegler-Nichols-ovom metodom.

Regulator	K_P	K_I	K_D
P	$0.5K_{pkr}$	-	-
PI	$0.45K_{pkr}$	$0.54K_{pkr}/T_{kr}$	-
Klasičan PID	$0.6K_{pkr}$	$1.2K_{pkr}/T_{kr}$	$0.075 K_{pkr} T_{kr}$
PID Pessen integralno pravilo	$0.7K_{pkr}$	$1.75K_{pkr}/T_{kr}$	$0.105 K_{pkr} T_{kr}$
PID sa preskokom	$0.33K_{pkr}$	$0.66K_{pkr}/T_{kr}$	$0.11 K_{pkr} T_{kr}$

2.4. Proračun kriterijumskih funkcija

Kriterijumske funkcije poput: integrala greške (IE), integrala apsolutne greške (IAE), integrala kvadrata greške (ISE), integrala proizvoda apsolutne greške i vremena (ITAE), integrala proizvoda kvadrata greške i vremena (ITSE) se izračunavaju prema sledećim formulama:

$$IE = \int_0^{\infty} e(t) dt, \quad IAE = \int_0^{\infty} |e(t)| dt, \quad ISE = \int_0^{\infty} e^2(t) dt \quad (16)$$

$$ITAE = \int_0^{\infty} t |e(t)| dt \quad \text{ i } \quad ITSE = \int_0^{\infty} t e^2(t) dt.$$

3. Rezultati

3.1. Linearizacija modela

U Tabelama 2-4 su dati parametri sistema jednog, dva i tri tanka.

Tabela 2- Parametri jednog tanka.

Simbol	Vrednost	Jedinica
H_s	2	m
a	$81.7128 \cdot 10^{-4}$	m^2
S	1.7671	m^2

Tabela 3- Parametri dva tanka.

Simbol	Vrednost	Jedinica
H_{1s}	2	m
H_{2s}	1.5	m
a_1	$84.9487 \cdot 10^{-4}$	m^2
a_2	$88.2473 \cdot 10^{-4}$	m^2
a_3	$95.0332 \cdot 10^{-4}$	m^2
S_1	1.7671	m^2
S_2	1.6513	m^2

Tabela 4- Parametri tri tanka.

Simbol	Vrednost	Jedinica
H_{1s}	2	m
H_{2s}	1.5	m
H_{3s}	1	m
a_1	$84.9487 \cdot 10^{-4}$	m^2
a_2	$88.2473 \cdot 10^{-4}$	m^2
a_3	$91.6088 \cdot 10^{-4}$	m^2
a_4	$95.0332 \cdot 10^{-4}$	m^2
S_1	1.7671	m^2
S_2	1.6513	m^2
S_3	1.5394	m^2

Nakon zamene brojnih vrednosti u modelima datih na slikama 2-4, uz uvođenje transportnog kašnjenja $\tau = 1s$, dobijaju se funkcije prenosa sistema jednog, dva i tri tanka u obliku:

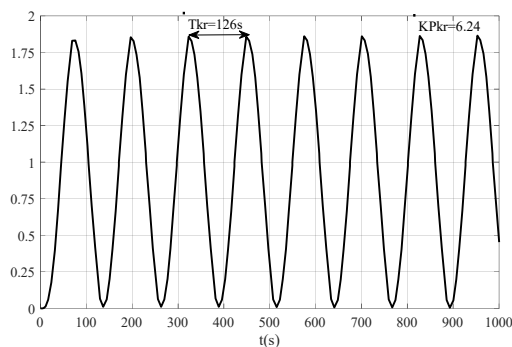
$$G(s) = \frac{0.007815}{138.1s + 1} e^{-s}, \quad (17)$$

$$G(s) = \frac{0.002748}{2649s^2 + 140.2s + 1} e^{-s} \text{ i} \quad (18)$$

$$G(s) = \frac{0.000544}{27600s^3 + 2832s^2 + 75.66s + 0.493} e^{-s}. \quad (19)$$

3.2. Dizajn PID regulatora

Na slici 5 je prikazan postupak određivanja parametra K_{pkr} i T_{kr} , primenom Simulinka programskog paketa MATLAB, na primeru sistema tri tanka. U eksperimentu u zatvorenoj povratnoj sprezi, dovođenjem sistema na granicu stabilnosti, postepenim povećanjem K_p , mogu se utvrditi K_{pkr} i T_{kr} .

Slika 5 – Određivanje T_{kr} i K_{Pr} – model tri tanka.

Izbor parametara PID regulatora ZN metodom za sisteme jednog, dva i tri tanka prikazan je u Tabelama 5-7.

Tabela 5 – Izbor parametara PID regulatora ZN metodom za sistem jednog tanka.

Regulator	K_P	K_I	K_D
P	108.75	-	-
PI	97.875	29.3625	-
Klasičan PID	130.5	65.25	65.25
PID Pessen integralno pravilo	152.25	95.1563	91.35
PID sa preskokom	71.775	35.8875	95.7

Tabela 6 – Izbor parametara PID regulatora ZN metodom za sistem dva tanka.

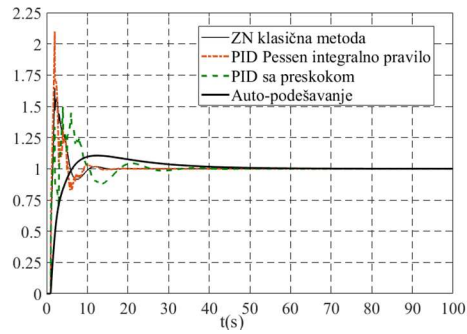
Regulator	K_P	K_I	K_D
P	70.75	-	-
PI	63.675	2.7585	-
Klasičan PID	84.9	6.13	293.9662
PID Pessen integralno pravilo	99.05	8.9395	411.5528
PID sa preskokom	46.6950	3.3715	431.1505

Tabela 7 – Izbor parametara PID regulatora ZN metodom za sistem tri tanka.

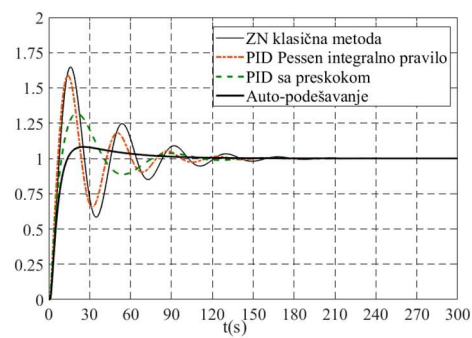
Regulator	K_P	K_I	K_D
P	3.12	-	-
PI	2.808	0.0267	-
Klasičan PID	3.744	0.0594	58.968
PID Pessen integralno pravilo	4.368	0.0867	82.5552
PID sa preskokom	2.0592	0.0327	86.4864

Dobijeni odzivi sistema sa PID regulatorom i jednim, dva i tri tanka dati su na slikama 6-8.

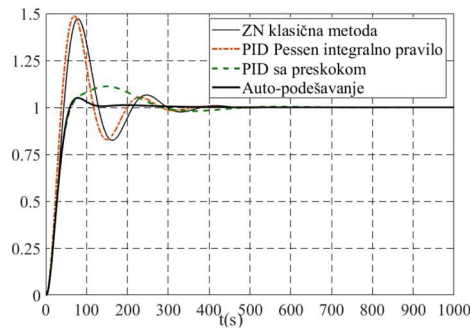
Calculation of PID Controller Performance Indexes for Different Tank Systems



Slika 6 – Odzivi sistema sa jednim tankom.



Slika 7 – Odzivi sistema sa dva tanka.



Slika 8 – Odzivi sistema sa tri tanka.

Ostvareni parametri prelaznog procesa, koji karakterišu prikazane odzive su predstavljeni u Tabelama 8-10.

Tabela 8 – Parametri prelaznog procesa PID regulatora model jednog tanka.

Regulator	T_u	T_s	$P\%$	$e(\infty)$
P	1.02s	9.01s	29%	0.009
PI	0.96s	12.6s	71.1%	0
Klasičan PID	0.407	9.77s	60.2%	0
PID Pessen integralno pravilo	0.202s	11s	107%	0
PID sa preskokom	0.359s	23.9s	49.2%	0
Auto-podešavanje	3.56s	37.4s	10.6%	0

Tabela 9 – Parametri prelaznog procesa PID regualtora model dva tanka.

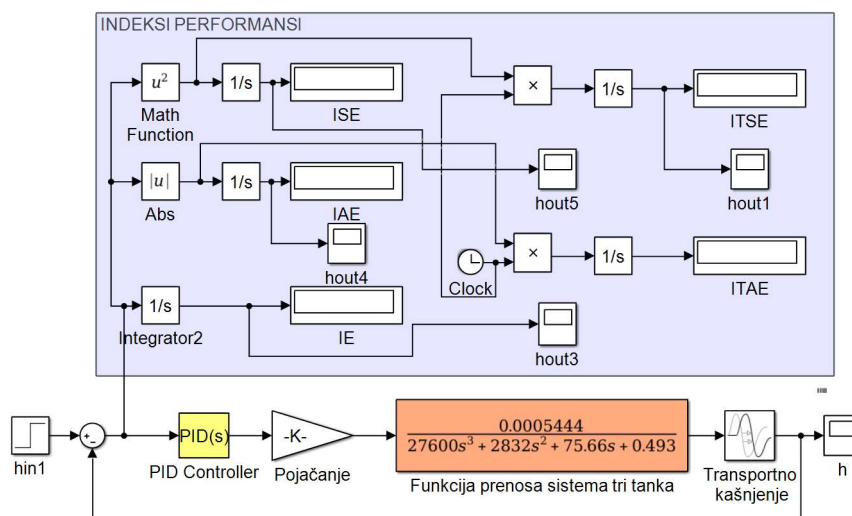
Regulator	T_u	T_s	$P\%$	$e(\infty)$
P	6.94s	296s	77.3%	0.014
Klasičan PID	5.27s	136s	64.8%	0
PID Pessen integralno pravilo	4.46s	110s	58.8%	0
PID sa preskokom	6.44s	102s	31.9%	0
Auto-podešavanje	8.37s	76.1s	8.16%	0

Tabela 10 – Parametri prelaznog procesa PID regualtora model tri tanka.

Regulator	T_u	T_s	$P\%$	$e(\infty)$
P	34.5s	600s	52.8%	0.133
PI	35.6s	1130s	67.6%	0
Klasičan PID	29.2s	348s	47.2%	0
PID Pessen integralno pravilo	25.2s	266s	48.7%	0
PID sa preskokom	39.2s	368s	11.2%	0
Auto-podešavanje	37.6s	108s	5.04%	0

3.3 Proračun kriterijumskih funkcija

Kriterijumske funkcije PID regulatora, IE, IAE, ISE, ITAE, ITSE, kao mera kvaliteta prelaznog procesa, procenjeni su primenom Simulinka, programskog paketa MATLAB. Ilustracija njihove procene, data je na primeru sistema tri tanka (slika 9).

**Slika 9** – Proračun kriterijumskih funkcija Simulink model sistem tri tanka.

Tabele 11–13 prikazuju stacionarne vrednosti kriterijumskih funkcija za sisteme sa jednim, dva i tri tanka, pri čemu je vreme trajanja simulacije u svim primerima bilo 1000s.

Tabela 11 – Procena kriterijumskih funkcija sistema sa jednim tankom.

Regulator		IE	IAE	ISE	ITAE	ITSE
Ziegler-Nichols metod	P	10.36	11.27	1.612	4562	44.48
	PI	0.03406	3.84	2.442	16.51	7.667
	Klasičan PID	0.01533	2.761	1.598	7.457	2.205
	PID Pessen integralno pravilo	0.01051	2.767	1.739	7.403	2.359
	PID sa preskokom	0.02786	3.804	1.57	26.67	4.044
Auto-podešavanje	PID	0.3629	4.703	1.956	57.25	6.396

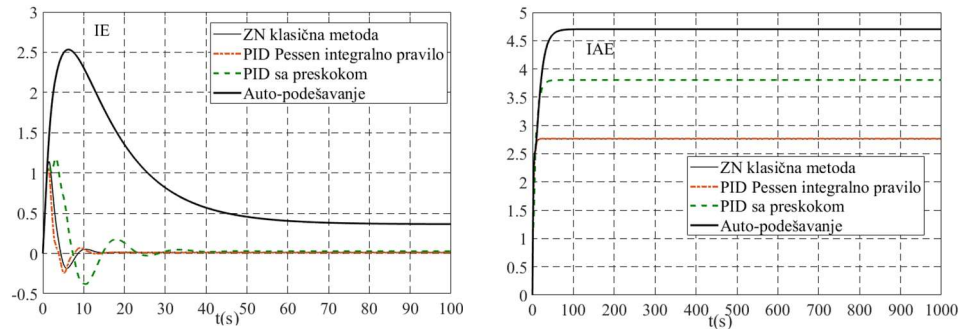
Tabela 12 – Procena kriterijumskih funkcija sistema sa dva tanka.

Regulator		IE	IAE	ISE	ITAE	ITSE
Ziegler-Nichols metod	P	15.88	59.44	20.71	9896	860.6
	Klasičan PID	0.1631	24.58	9.798	937	186.3
	PID Pessen integralno pravilo	0.119	18.71	7.352	554.6	107.2
	PID sa preskokom	0.2966	14.35	4.976	422.2	54.91
Auto-podešavanje	PID	2.053	9.501	4.218	208.9	17.31

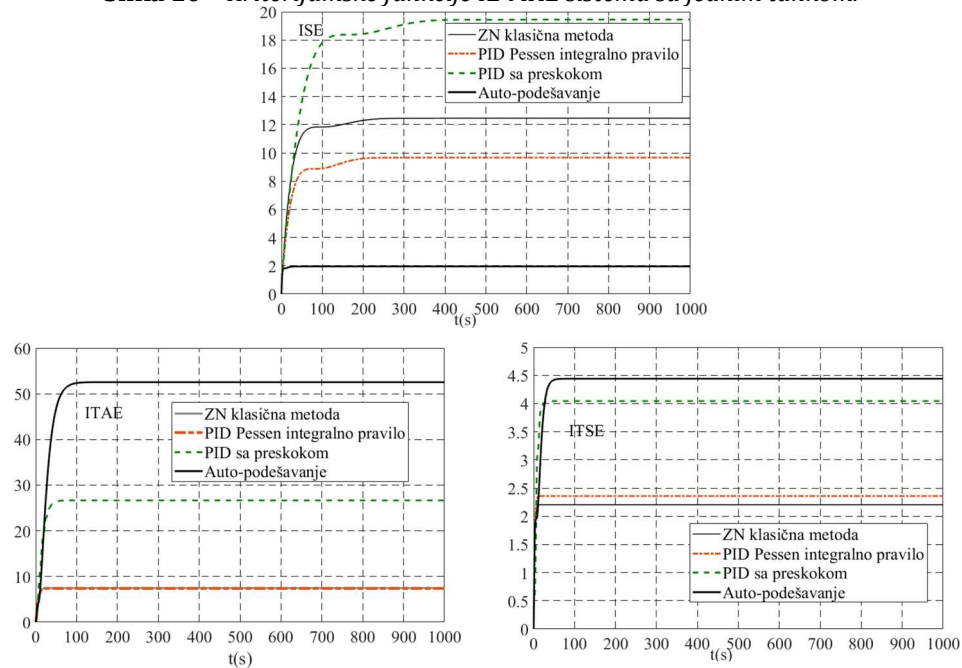
Tabela 13 – Procena kriterijumskih funkcija sistema sa tri tanka.

Regulator		IE	IAE	ISE	ITAE	ITSE
Ziegler-Nichols metod	P	154.6	182.9	60.1	$7.074 \cdot 10^4$	$1.146 \cdot 10^4$
	PI	19.29	184.9	79.83	$4.673 \cdot 10^4$	$1.045 \cdot 10^4$
	Klasičan PID	8.296	65.91	30.93	5637	1253
	PID Pessen integralno pravilo	5.688	59.24	27.82	4474	1044
	PID sa preskokom	15.09	46.39	21.24	4185	469.8
Auto-podešavanja	PID	24.52	32.33	20.61	1132	275.7

Da bi se imao uvid u dinamiku promene ovih parametra, na slikama 10-13 prikazani su vremenski dijagrami svih procenjenih vrednosti kriterijumskih funkcija. Kako bi se bolje uočili prelazni procesi, u nekim slučajevima je bilo neophodno prikazati rezultate u vremenskom trajnju kraćem od 1000s, koliko je trajalo vreme simulacije. Tako su na slikama 10 i 11 prikazane kriterijumske funkcije sistema sa jednim tankom, a na slikama 12 i 13 kriterijumske funkcije sistema sa dva tanka i na slici 14 kriterijumske funkcije sistema sa tri tanka.

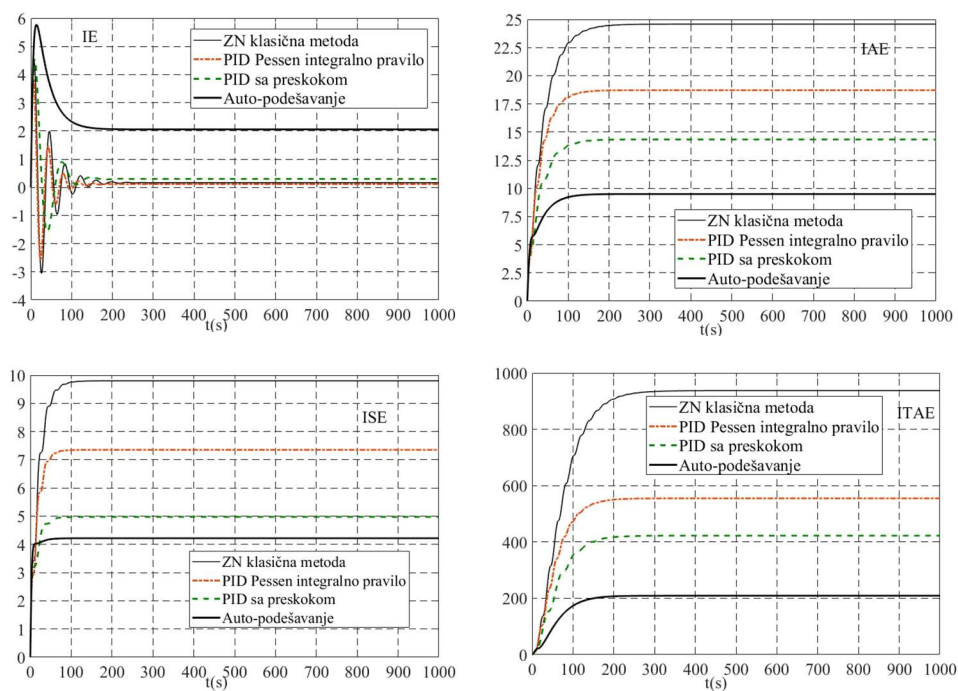


Slika 10 – Kriterijumske funkcije IE i IAE sistema sa jednim tankom.

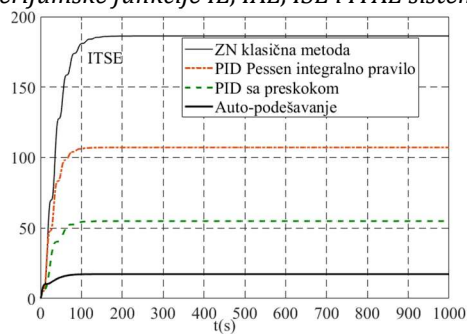


Slika 11– Kriterijumske funkcije ISE, ITAE i ITSE sistema sa jednim tankom.

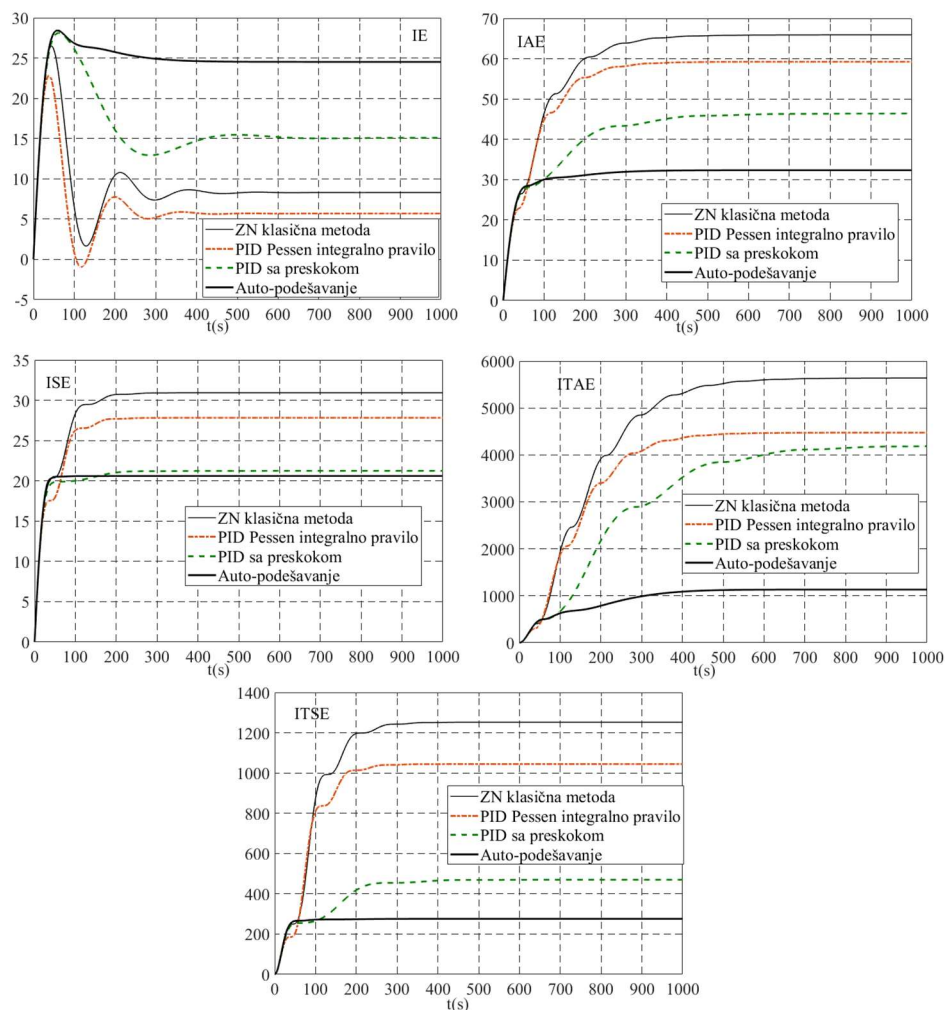
Calculation of PID Controller Performance Indexes for Different Tank Systems



Slika 12 – Kriterijumske funkcije IE, IAE, ISE i ITAE sistema sa dva tanka.



Slika 13 – Kriterijumske funkcije ITSE sistema sa dva tanka.



Slika 14– Kriterijumske funkcije IE, IAE, ISE, ITAE i ITSE sistema sa tri tanka.

4. Zaključak

U radu je prikazan pristup određivanja kriterijumskih funkcija PID regulatora pri čemu je projektovanje parametara PID regulatora izvršeno primenom klasične Ziegler-Nichols metode, kao i njenih varijacija PID Pessen integralno pravilo i PID sa preskokom, zajedno s primenom metode Auto-podešavanja. Efikasnost ovih metoda je validirana poređenjem performansi prelaznog odziva, kao i dobijenim kriterijumskim funkcijama IE, IAE, ISE,

ITAE i ITSE. Korišćenjem Simulink-a, alata unutar MATLAB-a, predstavljen je pristup za izračunavanje ovih kriterijumskih funkcija. Metoda je testirana na sistemima sa jednim, dva i tri tanka, pri čemu su u rezultatima prikazane kako stacionarne vrednosti tako i dinamičke promene kriterijumskih funkcija tokom simulacije.

Na osnovu prikazanih rezultata može se uočiti sledeće:

- Greška stacionarnog stanja je postojala jedino kod primene P regulatora, kod sva tri modela tanka. Ovo je bilo očekivano, s obzirom na to da su svi modeli statičkog tipa, tj. astatizma nultog reda. Zbog toga se pri analizi parametara prelaznog procesa i određivanju najpogodnije metode u analizi sistema tankova, rezultati sa P regulatorom ne uzimaju u obzir.
- Kod sva tri modela, najmanja vrednost preskoka je dobijena primenom metode Auto-podešavanja i PID sa preskokom.
- Takođe, ako se želi postići brži odziv, kod sva tri modela pogodno je koristiti PID Pessen integralno pravilo jer je tada vreme uspona T_u najmanje.
- Metoda koja je dala najbolje rezultate za vreme smirenja T_s , kod sva tri modela se razlikuje. Kod sistema sa dva i tri tanka najbolji rezultati se postižu primenom metode Auto-podešavanja, ali su prihvatljivi rezultati dobijeni primenom svih varijanti ZN metode.

Analizom kriterijumskih funkcija za određen model (tabele 11-13 i slike 10-14), uočava se da sve kriterijumske funkcije daju najbolje rezultate za iste metode. Tako pri analizi sistema jednog tanka, kriterijumske funkcije imaju najmanje vrednosti kod primene ZN klasične metode i PID Pessen integralnog pravila. Kod modela sa dva i tri tanka, najmanje vrednosti kriterijumskih funkcija dobijene su kod primene Auto-podešavanja i metode PID sa preskokom. Ova činjenica, kao i sve prethodno navedeno, daju blagu prednost primeni metode Auto-podešavanja i PID sa preskokom, pri analizi sistema sa dva i tri tanka.

5. Zahvalnica

Istraživanja prezentovana u ovom radu su podržana od strane Ministarstva nauke, tehnološkog razvoja i inovacija Republike Srbije, Ugovor. br. 451-03-66/2024-03/ 200132.

Nomenklatura

$S [m^2]$	Poprečni presek tanka;
$a [m^2]$	Poprečni presek izlazne cevi tanka;

Q_i [m ³ /s]	Brzina protoka pumpe u tanku;
Q_{is} [m ³ /s]	Stacionarna vrednost brzine protoka pumpe u tanku;
q_i [m ³ /s]	Odstupanje brzine protoka od stacionarne vrednosti;
Q_o [m ³ /s]	Brzina protoka tečnosti iz tanka, tj. između tankova;
H [m]	Visina tečnosti u tanku;
H_s [m]	Stacionarna vrednost nivoa tečnosti u tanku;
h [m]	Odstupanje visine tečnosti od stacionarne vrednosti;
g [m/s ²]	Ubrzanje zemljine teže;
τ [s]	Transportno kašnjenje sistema tankova;
T [s]	Vremenska konstatna sistema;
K_{pkr}	Kritično pojačanje;
T_{kr} [s]	Kritičan period oscilovanja;

Literatura

- [1] T. Dlabač, S. Antić, M. Čalasan, A. Milovanović, and N. Marvučić, "Nonlinear Tank-Level Control Using Dahlin Algorithm Design and PID Control," *Appl. Sci.*, vol. 13, no. 9, p. 5414, Apr. 2023.
- [2] C. Urrea and F. Pérez, "Design and comparison of strategies for level control in a nonlinear tank," *Processes*, vol. 9, no. 5, 2021.
- [3] B. N. Getu, "Water level controlling system using PID controller," *Int. J. Appl. Eng. Res.*, vol. 11, no. 23, pp. 11223–11227, 2016.
- [4] M. Imaduddin, M. A. N. Kamil, S. H. Putra, R. Imawan, A.T. N. Zahra, R. F. Iskandar, and N. Fitriyanti, "Implementation PID in Coupled Two Tank Liquid Level Control using Ziegler-Nichols and Routh Locus Method," no. Icasess 2019, pp. 274–279, 2020.
- [5] N. Kaistha, "Liquid level control in a recycle loop," *J. Process Control*, vol. 104, pp. 11–27, 2021.
- [6] M. Suresh, J. Srinivasan, and R. Hemamalini, "Integrated fuzzy logic based intelligent control of three tank system," *Serbian J. Electr. Eng.*, vol. 6, no. 1, pp. 1–14, 2009.
- [7] D. Mukherjee, P. K. Kundu, and A. Ghosh, "PID controller design for an interacting tank level process with time delay using MATLAB FOMCON toolbox," 2016 2nd Int. Conf. Control. Instrumentation, Energy Commun. CIEC 2016, pp. 1–5, 2016.
- [8] P. Roy, B. Kar, and B. K. Roy, "Fractional Order PI-PD Control of Liquid Level in Coupled Two Tank System and its Experimental Validation," *Asian J. Control*, vol. 19, no. 5, pp. 1699–1709, Sep. 2017.
- [9] A. Tijjani, M. Shehu, A. Alsabari, Y. Sambo, and N. Tanko, "Performance Analysis for Coupled-Tank System Liquid Level Control Using MPC, PI and PI-plus-Feedforward Control Scheme," *J. Robot. Autom.*, vol. 1, pp.

- 42–53, Jun. 2017.
- [10] H. I. Jaafar, "Development of PID Controller for Controlling Desired Level of Coupled Tank System," *Int. J. Innov. Technol. Explor. Eng.*, vol. 3, no. 9, pp. 32–36, 2014.
- [11] A. Ashwini, S. R. Sriram, and J. Ivin A, "Quadruple spherical tank systems with automatic level control applications using fuzzy deep neural sliding mode FOPID controller," *J. Eng. Res.*, 2024.
- [12] C. Urrea and Y. Garcia-Garcia, "Design and Performance Analysis of Level Control Strategies in a Nonlinear Spherical Tank," *Process.*, vol. 11, no. 3, p. 720, Feb. 2023.
- [13] C. Urrea and F. Páez, "Design and Comparison of Strategies for Level Control in a Nonlinear Tank," *Process.* 2021, vol. 9, Page 735, vol. 9, no. 5, p. 735, Apr. 2021.
- [14] P. Krata, W. Wawrzyński, W. Więckiewicz, and J. Jachowski, "Ship's ballast tanks size and dimensions review for the purpose of model research into the liquid sloshing phenomenon," *Zesz. Nauk. Akad. Morska W Szczec*, vol. 29, 88–94, 2012.
- [15] Z. Zhao, X. Zhang, and Z. Li, "Tank-Level Control of Liquefied Natural Gas Carrier Based on Gaussian Function Nonlinear Decoration," *J. Mar. Sci. Eng.*, vol. 8, no. 9, p. 695, Sep. 2020.
- [16] L. Li, "The application of fuzzy PID controller in coupled-tank liquid-level control system," 2011 *Int. Conf. Electron. Commun. Control. ICECC 2011 - Proc.*, pp. 2894–2897, 2011.
- [17] S. B. Prusty, U. C. Pati, and K. Mahapatra, "Implementation of fuzzy-PID controller to liquid level system using LabVIEW," *Int. Conf. Control. Instrumentation, Energy Commun. CIEC 2014*, pp. 36–40, 2014.
- [18] M. U. Khalid and M. B. Kadri, "Liquid level control of nonlinear Coupled Tanks System using linear model predictive control," *Proc. - 2012 Int. Conf. Emerg. Technol. ICET 2012*, pp. 31–35, 2012.
- [19] D. Maiti, A. Acharya, M. Chakraborty, A. Konar, and R. Janarthanan, "Tuning PID and PI/ λ D δ Controllers using the Integral Time Absolute Error Criterion," 2008 4th *Int. Conf. Inf. Autom. Sustain.*, pp. 457–462, 2008.
- [20] L. T. Stojić, V. G. Milenković, T. B. Šekara, and M. R. Rapaić, "Uporedna analiza kriterijuma optimalnosti za projektovanje PID regulatora pod ograničenjima na robusnost i osetljivost na merni šum," in *INFOTEH-JAHORINA, Zbornik radova*, 2017, vol. 16, pp. 669–674.

Calculation of PID Controller Performance Indexes for Different Tank Systems

Sanja Antić, Tatijana Dlabach, Alenka Milovanović

Abstract: Maintaining optimal liquid levels in tanks is crucial across various practical applications to avoid complications stemming from over-filling or under-filling. The Proportional Integral Differential (PID) controller stands out as a popular choice for achieving precise control in such scenarios. In the paper, the parameters of the PID controller were determined utilizing the classic Ziegler-Nichols (ZN) method alongside its variations such as the PID Pessen Integral Rule and PID with overshoot, as well as employing the Auto-Tuning method. The validation of the efficacy of these selection methods was conducted by comparing the performance of the transient response and by calculating performance indexes such as Integral Error (IE), Integral of Absolute Error (IAE), Integral of Square Error (ISE), Integral of Time Absolute Error (ITAE), and Integral of Time Square Error (ITASE). Utilizing Simulink, a program package within MATLAB, an approach to calculate these performance indexes is presented. The method is tested across single, double, and triple tank systems, with results showcasing both stationary values and dynamic changes in indexes throughout simulation runs. Obtained findings indicate that the PID controller exhibits effectiveness in liquid-level control applications, as evidenced by the obtained performance indexes as well as parameters of the transient response. Performance Indexes Calculation of PID Controllers for Different Tank Systems.

Keywords: Integral error (IE), Integral of the absolute error (IAE), Integral of time absolute error (ITAE), Integral of time absolute square error (ITASE), PID controller.

Dostavljen: 30.04.2024.
Prihvaćen: 03.06.2024.

Sanja Antić, Alenka Milovanović
Univerzitet u Kragujevcu,
Fakultet tehničkih nauka Čačak
Svetog Save 65
32000 Čačak, Srbija
Email: sanja.antic@ftn.kg.ac.rs,
alenka.milovanovic@ftn.kg.ac.rs
Tatijana Dlabach
Univerzitet Crne Gore,
Pomorski fakultet Kotor
Put I Bokeljske brigade 44,
85330 Kotor, Crna Gora
Email: tanjav@ucg.ac.me